利用广义霍夫变换确定中国古代恒星星表的观测年代

何勃亮[1,2], 赵永恒[1,2,*]

[1] 中国科学院国家天文台，北京，100101
[2] 中国科学院大学，北京，100049

摘 要

中国古代保留着丰富的天文观测记录，其中尤为宝贵的是大量实测的恒星观测数据。然而，确定这些观测数据的年代是一个相当复杂的问题。本文以宋元时代的两组观测数据为基础，运用广义霍夫变换的技术手段对数据进行计算和分析。我们成功地获得了对恒星观测年代的较为准确的估算结果。这一方法为未来分析更多古代天文星表数据提供了新的途径和视角。

关键词: 天文学史, 星表, 年代确定

1. 简介

中国古代有丰富的天文观测记录，尤其珍贵的是有不少实测的恒星观测记录。近代以来，不断有学者对这些数据进行分析，以确定这些数据的观测年代等。传统的方法有岁差改正法[1]，利用岁差的数据对这些观测数据进行逼近分析。还有傅立叶分析方法[2]，利用恒星数据对赤纬误差进行时代的测算。本文采用了广义霍夫变换对古代恒星观测数据进行了处理，并获得了较好的年代估计。

之前学者们确定年代的方法需要有较为准确的准确的古今恒星对应数据和恒星的位置坐标，本文将利用广义霍夫变换的原理来实现一个新的算法来提升计算的精度，广义霍夫变换使用的的是概率计算，不需要完备准确的数据，仅需要大部分数据相对正确即可，在计算中也仅需要恒星的去极度数据，而其他方法不仅需要去极度数据也需要入宿度数据。

本文将探讨使用广义霍夫变换的技术方法来确定中国古代恒星的观测年代。

2. 技术方法

霍夫变换（Hough Transform）[3] 是一种特征提取技术，被广泛应用于图像分析、计算机视觉领域。最初是由霍夫（Hough）于 1962 年提出的。它的原理基于以下思想：对于图像中的每个点，其在参数空间中可能是某种形状，但当所有的点都描述在参数空间时，通过类似于投票的机制就可以求出所需的参数。也就是说，霍夫变换是一个概率算法，通过参数空间的分布概率计算来确定参数。广义霍夫变换是传统霍夫变换的一个扩展。

对于本文的问题求解来说，恒星观测时期的北极点的位置就是所求的参数，位置坐标数据组成的就是参数空间。

2.1. 算法原理

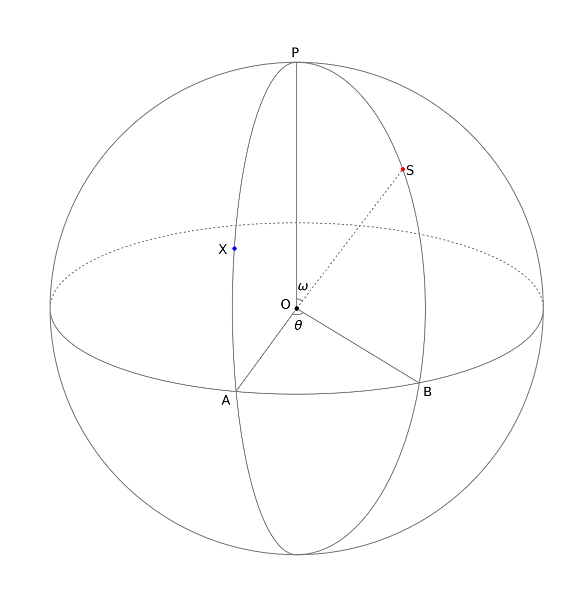


图 1: 恒星坐标示意图

本文英文版发表在 **Astronomical Techniques and Instruments** 2024 年第 2 期。DOI: 10.61977/ati2024013

*通讯作者

电子邮件: hebl@nao.cas.cn (何勃亮), yzhao@nao.cas.cn (赵永恒)

中国古代的天球坐标系统是世界上最早的赤道坐标系统，天文学家在进行恒星观测时，和现代的天文观测类似，首先需要定好北极。与现代恒星的位置数据类似，中国古代恒星观测数据也由两部分组成：入宿度和去极度。

在传世文献中对恒星观测数据的标注格式一般为“入某宿若干度若干分”和“去极若干度若干分”。以图1为例，X 点是某宿距星的位置，P 是北天极，那么 PX 标注着这一宿的基准经线，对于该宿的一颗恒星 S 来说，经度差 θ 就是入宿度，北天极到 S 点的角度 ω 就是去极度，其中去极度与现代赤道坐标系的赤纬关系为：

$$\delta = 90^\circ - \omega$$

作为对比，现代天文恒星星表中包含的天体位置信息，一般使用赤道坐标系，定义为赤经和赤纬：

$$\boldsymbol{s} = (\alpha_s, \delta_s)$$

去极度数据 ω 是恒星与北天极点的角距离。恒星观测时北天极点的位置设为 $\boldsymbol{p} = (\alpha, \delta)$。那么对任一颗恒星与并的当时的北极点来说，向量 $\boldsymbol{s}$ 和 $\boldsymbol{p}$ 的点积为：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{p} &= |\boldsymbol{s}||\boldsymbol{p}| \cos \omega \\ &= \cos \omega \end{aligned} \tag{1}$$

在需要求解的北极点 (α, δ) 参数空间中，每组数据对应的北极点，在参数空间可以表示为一个圆，如图2，这里选取了 9 个北极点附近的较亮恒星观测数据作为演示，可以清晰的看到参数空间的圆在一个点附近进行有汇聚，只有一颗星稍微远离了汇聚点。当有更多的数据时，可以根据概率获得最佳的数据汇聚点，也就是北极点的候选位置。

那么就可以通过广义霍夫变换的计算原理，对所有恒星观测数据的处理计算可以最终获得可能的北极点坐标，然后通过北极点的位置以及岁差数据（如图3）就可以确定恒星观测的确切年代。

由于地球的岁差，地球的自转轴有个大约 26000 年的转动周期。公元前 500 年至 2100 年的北极点如图3所示。本文计算北极点历史的位置使用了 Jan Vondrák[4] 的岁差模型算法。

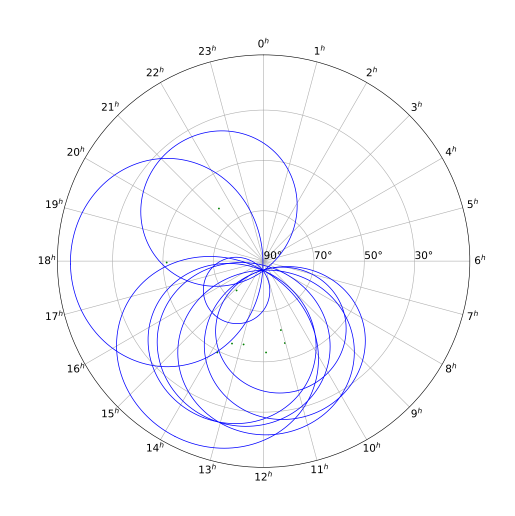


图 2: 霍夫变换参数空间

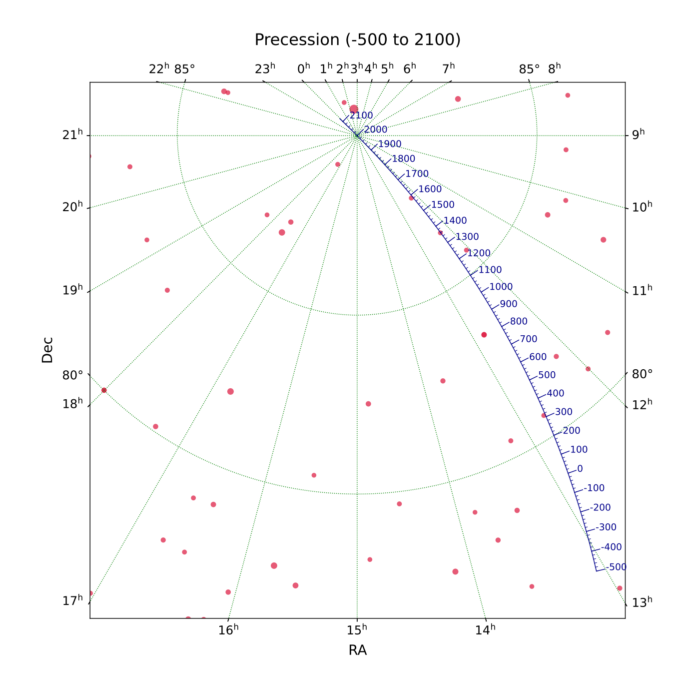


图 3: 公元前 500 年至 2100 年北极点的位置

2.2. 算法步骤

在这里假定一个数据集的观测数据是在一个较短的时期进行的，这种情况下，可以设定北极点的移动可以忽略。这组观测数据在 J2000 历元下的的坐标为 $(\alpha_i, \delta_i)(i = 1, 2, \ldots, m)$，转换为笛卡尔坐标为 $(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, \ldots, m)$。它们的去极度数据为 $\omega_i(i = 1, 2, \ldots, m)$。

假设这一时期的北极点位置为 (α, δ)，转换为笛卡尔坐标为 $\boldsymbol{p}(x, y, z)$。

任取两颗恒星 A 和 B 的数据，空间位置 $\boldsymbol{s}_i(x_i, y_i, z_i)$ 和 $\boldsymbol{s}_j(x_j, y_j, z_j)$，其中 $i \neq j$。那么有

$$\begin{cases} \boldsymbol{s}_i \cdot \boldsymbol{p} = \cos\omega_i \\ \boldsymbol{s}_j \cdot \boldsymbol{p} = \cos\omega_j \\ |\boldsymbol{p}| = 1 \end{cases} \tag{2}$$

在笛卡尔坐标系下：

$$\begin{cases} x_i x + y_i y + z_i z = \cos\omega_i \\ x_j x + y_j y + z_j z = \cos\omega_j \\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \end{cases} \tag{3}$$

求解上述方程组，如图4，所示，这个方程组的解有三种情况：唯一解、双解和无解。那么通过迭代，可以计算出任两个恒星之间的交点解。

由于观测数据有一定的误差，在求解方程组的过程中，可以进行蒙特卡洛随机抽样模拟，可以有效地增加结果的精确度。

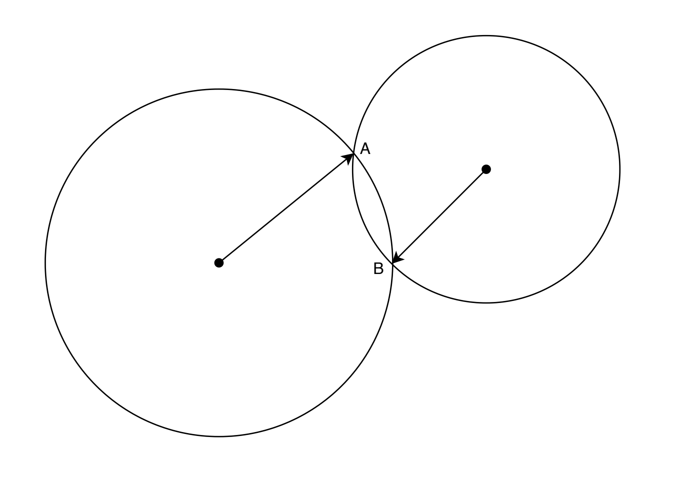


图 4: 方程组求解

2.3. 原始数据预处理

在数据处理分析前，还需要对去极度数据进行换算。观测数据中的度数是中国传统的古度系统，即一个周天 365.25 度，因此在做数据处理时还需要将数据转换为周天 360 度的角度系统。

$$1\ 古度 = \frac{360}{365.25}\ degree$$

3. 参考数据

精确的结果来源于高精度的星表，在数据处理过程中，我们采用了最新的天体测量框架和最新的恒星观测数据作为数据计算的基础。本文采用的计算库为 IAU 的基础天文学标准库（SOFA[5, 6]）。

现代恒星星表数据采用了亮星数据比较精确的 1997 年发布的伊巴谷星表[7]，然后为参考了 2007 年新处理发布的伊巴谷星表[8] 以及 2012 年以依巴谷星表为基础的扩展伊巴谷星表 XHIP[9]。后者除了新处理之外，还加入了最新的恒星自行、视差和视向速度等数据，通过合并这几个数据源，我们构建了一个服务于中国古代星表计算的基准星表：**中国古代天文基础参考星表**[10]，星表的数据历元采用 J2000.0。基于这些数据和岁差计算框架，可以相对精确地计算不同历史时期恒星的位置数据。

算法步骤是初步估算一个古代星表观测的年代后，再根据自行等数据再迭代计算星表中恒星在观测年代的位置，以最终确认数据的观测年代。

4. 数据处理和分析

本文以宋代和元代两份星表为例对上述算法进行测试和分析。

4.1. 宋代星表

北宋年间，社会经济和科学文化高度发达，在天文历法方面，多次制作校正天文仪器，并对星象进行了大量的观测，其成果和记录在历代都是罕见的，是中国古代科技的一个高峰时期。在现存传世文献中，《灵台秘苑》、《文献通考》、《管窥辑要》、《乾象通鉴》和《天元历理》等都保存有大量的恒星观测记录。潘鼐等[11, 12] 曾对中国国家图书馆藏明抄本《灵台秘苑》以及其他的传世文献进行整理分析，编辑出了包含 360 颗星的恒星

星表，并定名为《宋皇佑星表》。本节以该星表为基础，以广义霍夫变换的算法对其再进行处理，以重新定其年代。

计算结果如表1所示，其中极差是候选北极点与最近年份北极点的为角度差。在图5中，可以看到选取不同的误差范围，可以得到不同但近似的候选结果，其中，$\sigma = 0.25$ 和 $\sigma = 0.3$ 古度的情况下，候选点收敛集中的程度较好，图6 是 $\sigma = 0.25$ 情况下的图形。因此可以确定的年代大约为公元 1011 至 1016 年前后。

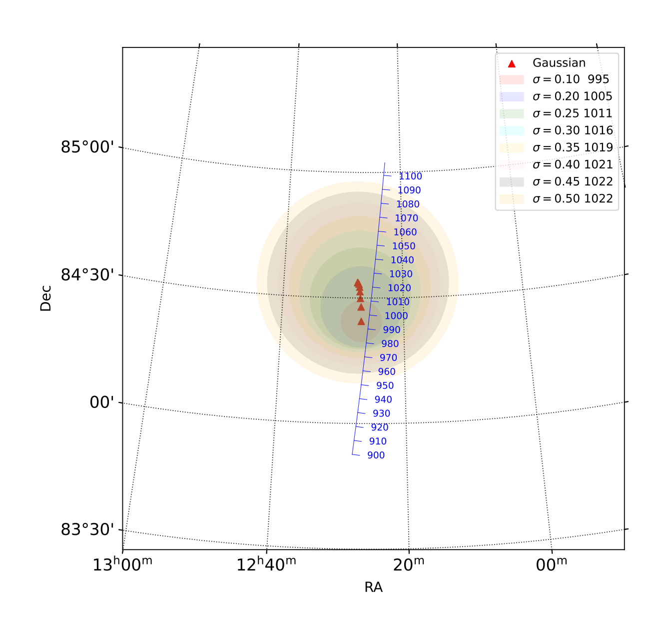


图 5: 计算结果的散点图

公元 1011 年为大中祥符四年，据《宋会要》[13] 记载："真宗大中祥符三年闰二月四日，司天监言：'冬官正韩显符造铜浑仪成。'诏移入龙图阁，令显符选学生中可教者传授其业"。同书还记载有："祥符三年七月五日，司天监冬官正韩显符上外官星位去斗极度数。崇文目宿曜度分域名录一卷"。这一信息同时被摘录入《玉海》[14]"祥符星度"条目下。

另据史料记载，韩显符还参加了至道元年（公元 995 年）"至道司天台铜浑仪"的制作，他在制作浑仪的同时，还留下了详细的制作方法，《宋史·天文志》[15] 记载有："铜候仪，司天冬官正韩显符所造，其要本淳风及僧一行之遗法。显符自著经十卷上之书府。铜仪之制有九"。另韩显符于大中祥符六年去世，其学生宋代天文学家杨惟德曾留奉召编撰《景佑乾象新书》，在编写此书的过程中，杨惟德等人也曾进行过一次周天恒星观测。

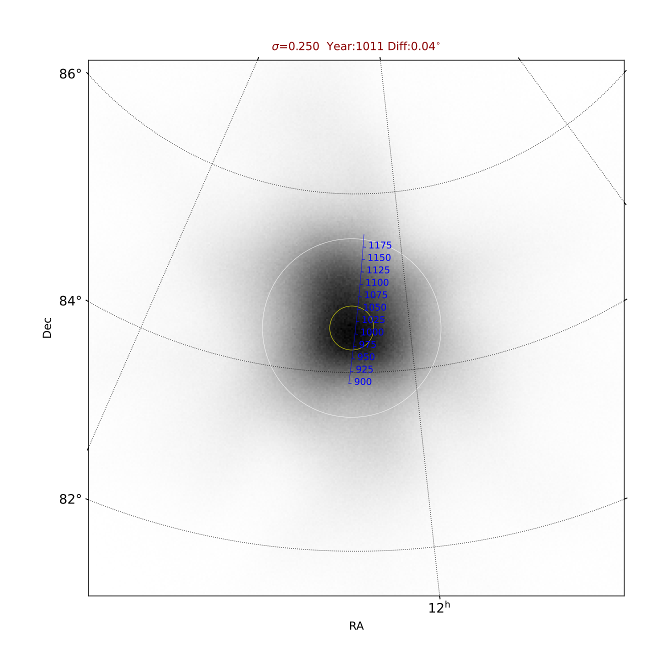


图 6: $\sigma = 0.25$（古度）极点位置

至此大致可以推测公元 1010 年，冬官正韩显符监造了祥符龙图阁铜浑天仪，真宗令其教授观测，并留下了观测记录一卷。其学生杨惟德继续韩显符的事业，也组织过恒星观测。传世文献中记录的数据有可能是此次观测的记录，并在随后的几十年间的若干次观测中被部分的承袭了下来。

4.2. 元代星表

中国国家图书馆藏的一部明抄本《天文彙鈔》[16]，共十一种六册，其中第三册为《三垣列舍入宿去极集》一卷，记录了约 740 颗恒星的详细观测记录。上世纪八十年代被整理发现后，多名学者对此进行了研究。陈鹰[17] 在 1986 年对该数据进行了分析，结论是该星表观测于元代公元 1280 年前后，那个时代恰好是郭守敬建造浑仪的时代，因此，他认为这是郭守敬进行恒星观测的结果。潘鼐[1] 也曾研究分析过该数据，结论与陈文类似，判定年代为公元 1280 年左右。

上世纪九十年代孙小淳[2] 也对该星表进行了严密的数据分析后，测定其实际观测年代为明初洪武年间的公元 1380 年，并发表了其中 678 颗恒星的证认结果。

本文以孙小淳文中发表的 669 颗认证恒星数据（去掉了部分不完整数据）为基础进行计算，去极度的误差

表 1: 宋代星表处理结果

数据源	核定値		灵台秘苑一		灵台秘苑二		文献通考		象林		管窥辑要		天元历理	
星数	352		342		347		263		297		340		300	
去极度误差 (古度)	年代	极差 (deg)	年代	极差 (deg)	年代	极差 (deg)	年代	极差 (deg)	年代	极差 (deg)	年代	极差 (deg)	年代	极差 (deg)
0.10	995	0.03	989	0.11	987	0.07	1003	0.07	998	0.07	983	0.11	1002	0.08
0.20	1005	0.04	996	0.01	996	0.06	1015	0.06	1006	0.05	997	0.15	1012	0.07
0.25	1011	0.04	1002	0.00	1002	0.06	1022	0.05	1012	0.04	1009	0.16	1019	0.06
0.30	1016	0.05	1007	0.01	1008	0.07	1028	0.04	1018	0.03	1019	0.17	1026	0.05
0.35	1019	0.05	1010	0.02	1012	0.07	1033	0.04	1025	0.03	1026	0.18	1033	0.04
0.40	1021	0.05	1013	0.03	1016	0.07	1034	0.03	1028	0.03	1029	0.17	1036	0.04
0.45	1022	0.06	1013	0.03	1019	0.08	1033	0.02	1032	0.03	1030	0.16	1036	0.03
0.50	1022	0.06	1014	0.04	1020	0.08	1035	0.02	1031	0.03	1030	0.16	1036	0.03

范围以高斯分布进行蒙特卡洛抽样，计算的结果如表2。

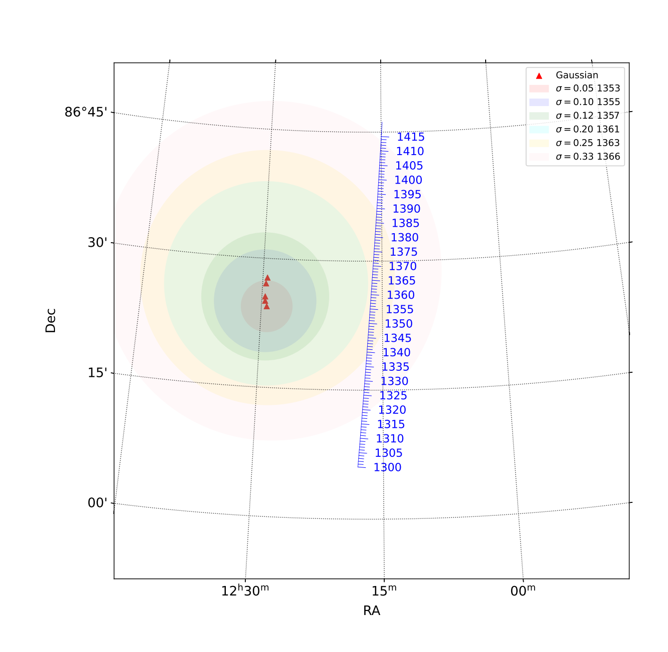


图 7: 计算结果的散点图

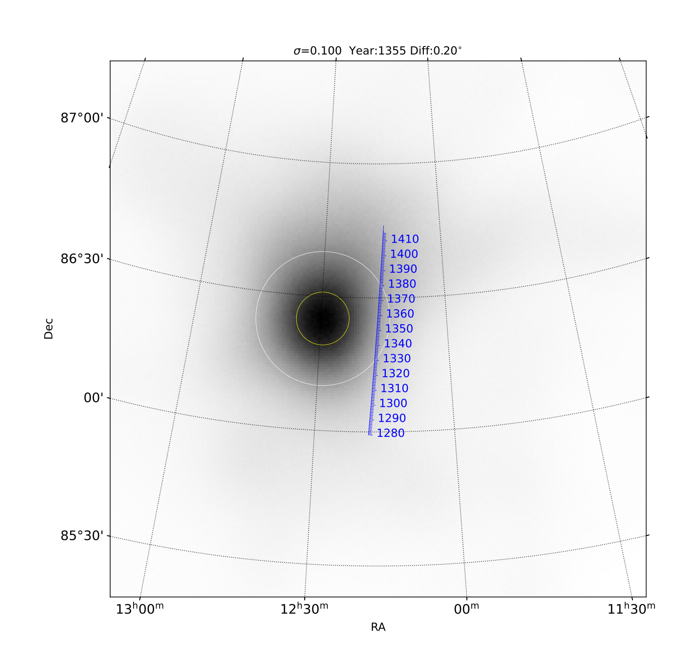


图 8: $\sigma = 0.1$（古度）极点位置

通过表2和图8、图7，我们可以看到，在 $\sigma = 0.1$ 古度的情况下，数据点收敛的比较好。可以确定的年代大约为公元 1355 年前后。

公元 1355 年是元朝的至正十五年，这已经是元朝的末期了。从数据的记录来看，这是一份及其难得的数据记录，数据以星图形式记录，在恒星侧边记录其位置数据。另外其数据的分度为百分制，这在之前也是没有过的。可以推测，这应该是元代末期的司天监官员使用郭守敬所造浑仪进行的一次细致的恒星观测，并且以图的形式的保存下来，而且在明代有一次传抄。

表 2: «天文汇抄» 星表

去极度误差 (古度)	北极年代	极差 (deg)
0.050	1353	0.20
0.100	1355	0.20
0.125	1357	0.20
0.200	1361	0.20
0.250	1363	0.20
0.333	1366	0.20

5. 小结和讨论

通过上述两组数据的计算和分析，我们可以初步对个广义霍夫变换以确定年代的算法进行评估，该算法可以有效的估算中国古代恒星的观测年代，获得了比之前研究更好的精确度。和其他确定年代的方法相比，使用广义霍夫变换的优点是可以不用考虑赤经数据，也不用特别考虑错误的数据，在大规模的误差采样后，可以有效消除错误数据的影响。同时在计算过程中，也充分考虑了恒星的自行等相关参数，进一步提高了年代确定的精度。

在本文的计算过程中，宋代观测数据需要在 $\sigma = 0.25$ 的情况下，数据聚集度较好，而到了元代，$\sigma = 0.1$ 的情况下，数据已经聚集度就超过了宋代。这显示出从宋代到元代，随着仪器的进步，数据精度也在明显的提高。

本文使用的方法在宋元星表上取得了较好的计算结果，这也会为下一步分析更多的古代天文星表数据提高了一个新的方法和思路。

References

[1] 潘鼐. 中国恒星观测史[M]. 第 2 版. 上海: 学林出版社, 2009.

[2] 孙小淳. 《天文汇钞》星表研究[M]//中国古星图. 辽宁教育出版社, 1996: 79-108.

[3] HOUGH P V. A method and means for recognizing complex patterns[M]. Google Patents, 1962.

[4] Vondrák J, Capitaine N, Wallace P. New precession expressions, valid for long time intervals[J/OL]. Astronomy & Astrophysics, 2011, 534: A22. DOI: 10.1051/0004-6361/201117274.

[5] IAU SOFA Board. Iau sofa software collection[M/OL]. Issue 2023-10-11 ed. IAU SOFA Board, 2023. http://www.iausofa.org.

[6] HE B L. Gofa, golang standards of fundamental astronomy[M/OL]. Nataional Astronomical Data Center of China, 2023. DOI: 10.12149/100874.

[7] ESA. Esa special publication: Vol. 1200 The HIPPARCOS and TYCHO catalogues. Astrometric and photometric star catalogues derived from the ESA HIPPARCOS Space Astrometry Mission[C]. 1997.

[8] van Leeuwen, F. Validation of the new hipparcos reduction[J/OL]. Astronomy & Astrophysics, 2007, 474(2): 653-664. DOI: 10.1051/0004-6361:20078357.

[9] Anderson E, Francis C. XHIP: An extended hipparcos compilation [J/OL]. Astronomy Letters, 2012, 38(5): 331-346. DOI: 10.1134/S1063773712050015.

[10] 何勃亮. 中国古代天文基础参考星表[M/OL]. 国家天文科学数据中心, 2024. DOI: 10.12149/100877.

[11] 潘鼐, 王德昌. 北宋的恒星观测及《宋皇祐星表》（上）[J]. 科技史文集, 1983, 第十辑.

[12] 潘鼐, 王德昌. 北宋的恒星观测及《宋皇祐星表》（下）[J]. 科技史文集, 1992, 第十六辑.

[13] 刘琳, 刁忠民等校点. 宋会要辑稿[M]. 上海: 上海古籍出版社, 2014.

[14] 〔宋〕王应麟辑. 玉海[M]. 上海: 江苏古籍出版社 and 上海书店, 1987.

[15] 陈久金编著. 二十四史天文志校注[M]. 山东: 齐鲁书社, 2022.

[16] 北京图书馆古籍出版编辑组. 天文彙抄十一種[M]. 北京: 书目文献出版社, 2000.

[17] 陈鹰. 《天文汇抄》星表与郭守敬的恒星观测工作[J]. 自然科学史研究, 1986, 5(4): 331-340.